

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۳



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۶/۲۳

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۳	فصل ۱ (درس ۵) فصل ۲ (درس ۳)	فصل ۱ (درس ۲)
هندسه	فصل ۳	—	فصل ۱
گسسته	—	—	فصل ۱ (درس ۳: تا سر معادله هم‌نهشتی) (صفحه ۱۸ تا ۲۴)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

۱- اگر $\frac{\sqrt[3]{2\sqrt{8}} \times 2^n}{\sqrt{2\sqrt{2}} \times 4^{-\frac{1}{3}}} = 2$ باشد، مقدار n کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

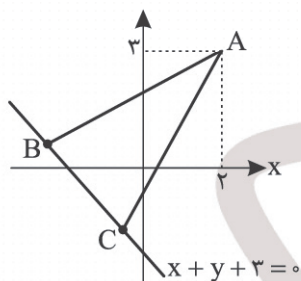
۲- اگر $x = \sqrt[3]{16-8\sqrt{3}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $\frac{x^3-2^0}{x+1}$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۳- اگر $A(2, a)$ ، $B(a, 2)$ و $C(-5, -2)$ سه رأس مستطیل $ABCD$ باشند، مساحت این مستطیل چقدر است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۱۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۴- در شکل زیر، مثلث ABC با قاعده $BC = 4$ ، متساوی الساقین است. مجموع طول نقاط B و C کدام است؟



- (۱) -۴
(۲) -۵
(۳) -۶
(۴) -۸

۵- اگر $f = \{(-1, 2), (1, 2), (-2, -2), (2, -3)\}$ و $g^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1}$ باشد، حاصل $f^{-1} \circ g(2)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۶- نمودار تابع $f(x) = 2x + \sqrt{2x+1}$ ، تابع وارون خود را در نقطه‌ای به طول α قطع می‌کند. حاصل $|\alpha|$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) ۳

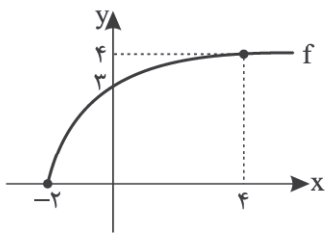
۷- فرض کنید f و g دو تابع خطی باشند به طوری که $(f+g)(x) = 3x+7$ و $f(x-1) = g(2x+1)$ باشد. ضابطه تابع $g^{-1}(x)$ کدام است؟

- (۱) $x-4$ (۲) $x+4$ (۳) $x+2$ (۴) $x-2$

۸- ضابطه وارون تابع $f(x) = -x + 2\sqrt{1-x}$ به صورت $y = 2\sqrt{2+ax} + bx - 2$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۹- نمودار تابع f به صورت زیر است. مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{x - f^{-1}(x)}}$ کدام است؟

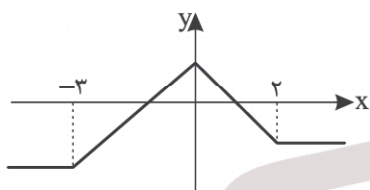


- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۵ (۳)
- ۶ (۴)

۱۰- مجموعه جواب نامعادله $(\frac{2}{5})^{1-x^2} > (\frac{1}{125})^{x+1}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۳ (۴)
- ۴ (۳)
- ۵ (۲)
- ۶ (۱)

۱۱- نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $y = 1 - 2f(\frac{1-x}{3})$ در آن بازه، اکیداً صعودی است، کدام است؟



- ۹ (۱)
- ۱ (۲)
- ۶ (۳)
- $\frac{2}{3}$ (۴)

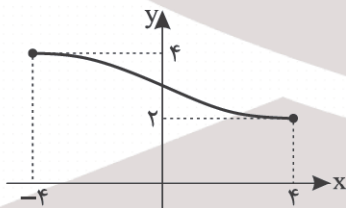
۱۲- تابع $f + 2g$ با دامنه \mathbb{R} اکیداً نزولی و $2f - g$ اکیداً صعودی است. کدام تابع زیر در \mathbb{R} اکیداً صعودی است؟

- $-g$ (۴)
- g (۳)
- $-f$ (۲)
- f (۱)

۱۳- در مورد یکنوایی تابع $y = x + \frac{|x^2 - x|}{x}$ در $\mathbb{R} - \{0\}$ کدام صحیح است؟

- (۱) صعودی است.
- (۲) نزولی است.
- (۳) ابتدا صعودی سپس نزولی است.
- (۴) ابتدا نزولی سپس صعودی است.

۱۴- نمودار تابع f به صورت زیر است. مجموعه جواب نامعادله $f(x^2 + 4x - 1) \geq 2$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۴ (۱)
- ۶ (۲)
- ۷ (۳)
- ۸ (۴)

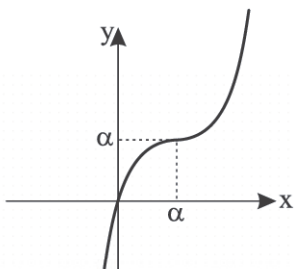
۱۵- چندجمله‌ای $f(x) = x^6 + ax^3 + bx^2 - 3x + 7$ مفروض است. اگر $f(x-1)$ بر $x-2$ و $f(x+1)$ بر $x+2$ بخش پذیر باشد، مقدار $2a-b$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۱۶- چندجمله‌ای $P(x) = x^{n+1} + x^n + 3x^2 + ax - 1$ بر $x-1$ بخش پذیر است. باقیمانده تقسیم $P(x)$ بر $x+1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۷- نمودار تابع $f(x) = k(x-2)^3 + b$ به صورت زیر است. باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x+b$ کدام است؟



- (۱) ۱۲

- (۲) -۱۴

- (۳) ۸

- (۴) -۱۵

۱۸- اگر f یک چندجمله‌ای و $f(x) = (x^3 + 1)(x^{24} - 1)$ باشد، حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

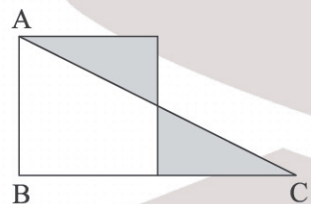
- (۱) صفر (۲) ۱۶ (۳) -۸ (۴) ۸

۱۹- حاصل ضرب تعداد قطرهای $(n+1)$ ضلعی منتظم در تعداد قطرهای $(n+2)$ ضلعی منتظم، برابر با $15(n^2 - 1)$ است. اندازه یک زاویه داخلی n ضلعی منتظم چند درجه است؟

- (۱) 108° (۲) 144°

- (۳) 135° (۴) 112°

۲۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث رنگی هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند درصد مساحت مربع است؟



- (۱) ۵۰

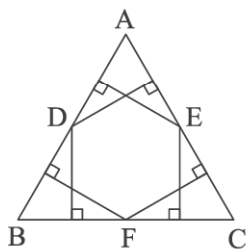
- (۲) ۸۰

- (۳) ۶۰

- (۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

۲۱- در شکل زیر، مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع و نقاط D و E و F وسط‌های اضلاع این مثلث هستند. نسبت مساحت شش‌ضلعی به



مساحت مثلث $\triangle ABC$ کدام است؟

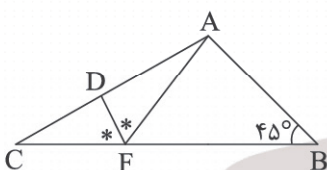
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۲۲- در مثلث $\triangle ABC$ اندازه پاره‌های AB ، AF و FC به ترتیب $4\sqrt{2}$ ، 5 و 4 واحد است. اگر FD نیمساز زاویه $\angle AFC$ باشد، مساحت



مثلث $\triangle DFC$ کدام است؟

(۲) $\frac{40}{9}$

(۱) $\frac{32}{9}$

(۴) $\frac{40}{11}$

(۳) $\frac{32}{11}$

۲۳- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ نقاط M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع AD و BC و نقاط P و Q به ترتیب محل تلاقی DN و BM با قطر AC هستند. اگر مساحت این متوازی‌الاضلاع 48 سانتی‌متر مربع باشد، مساحت چهارضلعی $MPQD$ چند سانتی‌متر

مربع است؟

(۴) 18

(۳) 12

(۲) 8

(۱) 6

۲۴- در دوزنقه $ABCD$ قطرهای همدیگر را در نقطه O قطع کرده‌اند و $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$ است. اگر $S_{\triangle OAB} = 9$ باشد، آنگاه مساحت دوزنقه برابر

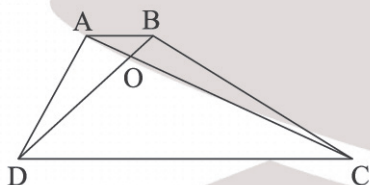
کدام است؟

(۱) 34

(۲) 49

(۳) 55

(۴) 64



محل انجام محاسبات

۲۵- اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبه ۳ به ترتیب قطری و اسکالر باشند، $C = [c_{ij}]$ با تعریف $i = j$ و مجموع درایه‌های $\begin{cases} [c_{ij}] & i > j \\ [c_{ij}] & i = j \\ [c_{ij}] & i < j \end{cases}$

ماتریس $C + (BA)^3$ برابر ۱۶ باشد، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^3 B^3$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸ (۴)

۲۶- اگر A و B دو ماتریس مربعی و $A^2 + AB = \begin{bmatrix} -6 & -8 \\ 9 & 5 \end{bmatrix}$ ، $BA + B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$ و $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های

ماتریس A کدام است؟

- ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۴)

۲۷- اگر $A^2 + A - I = \bar{0}$ ، آنگاه وارون ماتریس A^3 برابر کدام است؟

- ۱ (۴I - A) ۲ (2A - I) ۳ (3I - 2A) ۴ (2A + 3I)

۲۸- $A = [a_{ij}]$ و $B = [b_{ij}]$ ماتریس‌های مربعی از مرتبه ۳ و $b_{ij} = 3^{(i+j-2)} a_{ij}$ است. در صورتی که دترمینان ماتریس B برابر با ۸۱

باشد، دترمینان ماتریس A کدام است؟

- ۱ (۳) ۲ (۳) ۳ (۳) ۴ (۱/۹)

۲۹- اگر $\Delta = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 9 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $AB^{-1}C = -4I$ باشند، آنگاه دترمینان ماتریس C برابر کدام است؟

- ۱ (۳۲) ۲ (-۱۲۸) ۳ (-۳۲) ۴ (۱۲۸)

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ |A| & 2 & m \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس $A^3 (|A| + 1)$ برابر ۸ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- ۱ (-۲) ۲ (۲) ۳ (-۴) ۴ (۶)

۳۱- اگر $a \equiv 11$ و $b \equiv -1$ ، عدد $a^2 + ab$ به کدام دسته هم‌نهشتی تعلق دارد؟

- ۱ ($[2]_7$) ۲ ($[3]_7$) ۳ ($[5]_7$) ۴ ($[4]_7$)

محل انجام محاسبات

۳۲- اگر رابطه $54a \equiv 88b \pmod{20}$ برقرار باشد، $(a, b \in \mathbb{Z})$ کدام رابطه درست نیست؟

(۱) $3 \mid b$ (۲) $5 \mid b$ (۳) $a \equiv 2b$ (۴) $b \equiv 3a$

۳۳- m عددی اول و دورقمی است و 304 و 403 عضو $[r]_m$ هستند. حاصل $m+r$ کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۱

۳۴- رقم یکان دو عدد $29a-8$ و $a+6b$ برابر است. کدام نتیجه‌گیری ممکن است نادرست باشد؟

(۱) $ab \equiv b+3b^2$ (۲) $a \equiv 1-2b$ (۳) $2a+6b+8 \equiv 0$ (۴) $4a \equiv 3b+4$

۳۵- اگر $5-abc \equiv 2d \pmod{7}$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد چهاررقمی $abcd$ بر ۷ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۳۶- فرض کنید $a-b+c-d+e \equiv abcde \pmod{9}$. برای A چند مقدار پنج‌رقمی به دست می‌آید؟

(۱) ۹۹۰۰ (۲) ۱۰۸۰۰ (۳) ۱۱۰۰۰ (۴) هیچ مقدار

۳۷- اولین روز سالی سه‌شنبه است. چهارمین شنبه مه‌ماه همان سال چه روزی از ماه است؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۱ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۳۸- اگر m کوچک‌ترین عدد طبیعی باشد که $5 \mid (4+2m)!$ ، باقیمانده تقسیم عدد m^{62} بر ۴۳ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۴۲

۳۹- اگر $x = 5^{271}$ باقیمانده تقسیم عدد $(x^2+x+1)(x-1)$ بر ۱۲۶ کدام است؟

(۱) ۷۴ (۲) ۱۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۲

۴۰- به ازای کدام مقادیر طبیعی n ، عبارت $2^{6n+4} + 3^{6n+1}$ بر ۱۹ بخش پذیر است؟

(۱) تمام اعداد (۲) فقط اعداد فرد (۳) فقط اعداد زوج (۴) فقط اعداد مضرب ۷